

TRẦN ĐỨC LONG - NGUYỄN ĐÌNH SANG - HOÀNG QUỐC TOÀN

BÀI TẬP GIẢI TÍCH

TẬP III

TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ - TÍCH PHÂN BỘI
TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ TÍCH PHÂN MẶT



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN ĐỨC LONG
NGUYỄN ĐÌNH SANG - HOÀNG QUỐC TOÀN

BÀI TẬP GIẢI TÍCH

TẬP III

TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ - TÍCH PHÂN BỘI
TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ TÍCH PHÂN MẶT

(In lần thứ sáu)



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

MỤC LỤC

Trang

Chương 10. TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ	5
§1. Tích phân phụ thuộc tham số cận hữu hạn	5
§2. Tích phân suy rộng phụ thuộc tham số.....	17
Chương 11. TÍCH PHÂN BỘI	35
§1. Định nghĩa	35
§2. Cách tính tích phân bội.....	37
§3. Công thức giá trị trung bình	40
§4. Tính diện tích và thể tích.....	51
Chương 12. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG VÀ TÍCH PHÂN MẶT	55
§1. Tích phân đường.....	55
§2. Tích phân mặt	68
§3. Sự liên hệ giữa tích phân đường, tích phân mặt và tích phân bội. Công thức Green, Stokes, Ostrogradski.....	76
§4. Ứng dụng của tích phân đường và mặt vào lý thuyết trường.....	93
ĐÁP SỐ VÀ LỜI GIẢI	97
PHỤ LỤC	249

Chương 10

TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ

§1. TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ CẬN HỮU HẠN

1. Giả sử $f(x, y)$ là hàm số xác định với $x \in [a, b]$ và y thuộc một tập hợp số thực Y nào đó, sao cho với mỗi y cố định thuộc Y hàm $f(x, y)$ khả tích trong đoạn $[a, b]$.

Khi đó

$$I(y) = \int_a^b f(x, y) dx \quad (1)$$

là một hàm số xác định trên tập Y và được gọi là tích phân phụ thuộc tham số của hàm $f(x, y)$ trên đoạn $[a, b]$.

2. Các tính chất

a. Tính liên tục: Nếu hàm $f(x, y)$ xác định và liên tục trong hình chữ nhật $\mathcal{D} = [a, b] \times [c, d]$ thì tích phân phụ thuộc tham số $I(y)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[c, d]$.

b. Tính khả vi:

Giả thiết:

i) Hàm $f(x, y)$ là hàm số xác định trong hình chữ nhật $\mathcal{D} = [a, b] \times [c, d]$ và liên tục theo biến $x \in [a, b]$ với mỗi y cố định thuộc đoạn $[c, d]$;

ii) Hàm $f(x,y)$ có đạo hàm riêng $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ là một hàm liên tục

trong hình chữ nhật \mathcal{D} .

Khi đó tích phân phụ thuộc tham số $I(y)$ là một hàm khả vi trong đoạn $[c,d]$ và

$$I'(y) = \int_a^b \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} dx, \quad y \in [c,d].$$

(qui tắc Leibniz).

c. Tính khả tích: Nếu hàm $f(x,y)$ xác định và liên tục trong hình chữ nhật $\mathcal{D} = [a,b] \times [c,d]$ thì

$$\int_c^d I(y) dy = \int_c^d dy \int_a^b f(x,y) dx = \int_a^b dx \int_c^d f(x,y) dy$$

3. Tích phân phụ thuộc tham số với cận tích phân thay đổi

Cho hình chữ nhật $\mathcal{D} = [a,b] \times [c,d]$ và C_1, C_2 là hai đường cong liên tục nằm trong \mathcal{D} có các phương trình tương ứng là: $x = \alpha(y)$ và $x = \beta(y)$, $y \in [c,d]$.

Giả sử $f(x,y)$ là hàm xác định trong hình chữ nhật \mathcal{D} , khả tích theo x trên $[a,b]$ với mỗi y cố định thuộc đoạn $[c,d]$. Khi đó

$$I(y) = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y) dx, \quad y \in [c,d] \quad (2)$$

được gọi là tích phân phụ thuộc tham số với cận tích phân thay đổi.

a. Tính liên tục: Giả sử $f(x,y)$ là hàm liên tục trong hình chữ nhật \mathcal{D} , $\alpha(y), \beta(y)$ là các hàm liên tục trên đoạn $[c,d]$. Khi đó tích phân $I(y)$ là hàm liên tục trên $[c, d]$.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội

Điện thoại: (04) 39714896; (04) 39724770. Fax: (04) 39714899

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: PHẠM THỊ TRÂM

Chịu trách nhiệm nội dung:

Hội đồng nghiệm thu Giáo trình
Trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQGHN

Người nhận xét: GS. TSKH NGUYỄN DUY TIẾN
GS. TS PHAN VĂN HẠP
PGS. TS NGUYỄN NGỌC QUYÊN

Biên tập: ĐỖ HỮU PHÚ

Biên tập tái bản: LAN HƯƠNG

Trình bày bìa: NGỌC ANH

BÀI TẬP GIẢI TÍCH (TẬP III)

Mã số: 1K-03 ĐH2009

In 1000 cuốn, khổ 14,5 x 20,5 cm tại Công ty Cổ phần KOV

Số xuất bản: 106 - 2008/CXB/37 - 14/ĐHQGHN, ngày 23/1/2008

Quyết định xuất bản số: 03 KH/XB

In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2009.